

A  
(20622)  
BCA - IV Sem.

(Printed Pages 4)  
Roll No. ....

**18020**  
**B.C.A. Examination, June-2022**  
**MATHEMATICS-III**

(BCA - 406)

Time : Three Hours / Maximum Marks : 75  
Note : Attempt all the sections as per instructions.

नोट : सभी खण्डों को निर्देशानुसार हल कीजिए।

**Section - A / खण्ड - क**

**(Very Short Answer Type Questions)**

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt all the **five** questions. Each question carries 3 marks.

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों के है।

1. Show that  
दिखाइये कि

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2$$

P.T.O.

2. Define sequence with example.  
अनुक्रम को उदाहरण सहित परिभाषित करो।
3. If  $f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ , then find grad  $f$  at point  $(1, -2, -1)$ .  
यदि  $f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$  तब ग्रेड  $f$  का मान बिन्दु  $(1, -2, -1)$  पर बताइये।

4. Solve

हल करो

$$\frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$$

5. Solve

हल करो

$$(D^2 + 3D^2 + 3D + 1)y = e^x + e^{-x}$$

**Section - B / खण्ड - ख**

**(Short Answer Type Questions)**

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any **two** questions. Each question carries 7.5 marks.

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 7.5 अंकों के हैं।

6. Determine the regions defined by  
क्षेत्र का निर्धारण कीजिए, यदि

$$|z-1| + |z+1| \leq 4$$

18020/2

7. Solve

हल करो

$$xdx + ydy + \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = 0$$

8. Show

दिखाइये

$$\nabla r^{-3} = -3r^{-5}\vec{r}, \text{ where } \vec{r} = xi + yj + zk$$

**Section - C : खण्ड - ग**

**(Detailed Answer Type Questions)**

(विस्तृत उत्तरीय प्रश्न)

**Note :** Attempt any **three** questions. Each question carries 15 marks.

**नोट :** किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों के हैं।

9. Show that

दिखाइये कि

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e, \text{ where } 2 < e < 3$$

10. Test the Convergence of following series

निम्न श्रेणी की अभिसारिता की जांच करो

$$\frac{1}{4} + \frac{9}{2^2 \cdot 4^2} x + \frac{3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} x^2 + \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} x^3 + \dots$$

11. Obtain the Fourier series of  $f(x) = \left(\frac{\pi - x}{2}\right)$

in the interval  $(0, 2\pi)$  and hence deduce

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

अन्तराल  $(0, 2\pi)$  के लिए  $f(x) = \left(\frac{\pi - x}{2}\right)$  को

फोरियर श्रेणी में दिखाओ और दिखाओं कि

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

12. Solve

हल करो

$$(1 + y^2)dx - (\tan^{-1}y - x)dy = 0$$

13. Solve

हल करो

$$(D^2 + 1)y = \sin x \sin 2x$$